**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ




УТВЕРЖДАЮ
Декан ФГО

УТВЕРЖДАЮ /А.В. Артамонова/
(Ф.И.О. декана (директора института))

11.03.2024 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б.1.1.4.3 Геометрия

*(код и наименование дисциплины по учебному плану)*

Направление подготовки (специальность): 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Квалификация выпускника: Бакалавр
(бакалавр/магистр/специалист)

Направленность: Математика и экономика

Курс: 1, 2

Семестр: 1, 2, 3, 4

Распределение учебного времени

| | | |
|---|---|---|
| Трудоемкость по учебному плану | 396 / 11 | часов/зачетных единиц |
| Лекции | 70 | часов |
| Лабораторные работы | - | часов |
| Практические занятия | 70 | часов |
| Иная контактная работа | - | часов |
| Всего контактной работы (без учета экз.) | 140 | часов |
| Контактная работа по экзамену | 6 | часов |
| Курсовой проект (работа) | 4 | семестр |
| Самостоятельная работа обучающихся (без учета экз.) | 184 | часов |
| Самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 30 | часов |
| Экзамен | 3, 4 | семестр |
| Зачет | - | семестр |
| БРК, ДЗ | 1, 2 | семестр |

2024
(год)

*Оборотная сторона титульного листа*

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО направления подготовки (специальности) 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Программу составили:

| старший преподаватель | ВМ | СОГЛАСОВАНО | С.С. Мустафина |
|---|---|---|---|
| (должность) | (кафедра) | | (И.О. Фамилия) |

РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании кафедры, за которой закреплена дисциплина
Кафедра высшей математики

(наименование кафедры)

24.01.2024 протокол № 5

(дата)

Заведующий кафедрой СОГЛАСОВАНО В.А. Иванов

(И.О. Фамилия)

Рабочая программа СОГЛАСОВАНА с факультетом (институтом), выпускающей(ими) кафедрой(ами).
СООТВЕТСТВУЕТ действующей ОП.

Заведующий кафедрой СОГЛАСОВАНО А.Г. Фурин

(И.О. Фамилия)

Председатель методической комиссии факультета (института), в который входит выпускающая кафедра

СОГЛАСОВАНО А.В. Артамонова

(И.О. Фамилия)

Эксперт(ы): Николаев Евгений Петрович, Директор МБОУ "Средняя общеобразовательная школа № 31 г. Йошкар-Олы"
Рабочая программа проверена и зарегистрирована в УМЦ 12.03.2024 г.
Специалист учебно-методического центра СОГЛАСОВАНО /Т.А. Смирнова/

Раздел 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является достижение планируемых результатов обучения, соответствующих установленным в ОПОП индикаторам достижения компетенций:

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения |
|---|---|---|
| 1. ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). | **знания:** знает содержание, состав дисциплины "Геометрия", основные научные школы; базовые теории в рамках рассматриваемой дисциплины; аксиоматическое построение евклидовой геометрии; основные понятия и теоремы аналитической, проективной и дифференциальной геометрии; классификацию движений и преобразований плоскости; теорию геометрических построений и т.д.<br>**умения:** умеет оперировать основными геометрическими понятиями; анализировать логическую структуру геометрических утверждений и теорем; компоновать содержание преподаваемой дисциплины из общепринятых её разделов, грамотно расставлять смысловые акценты в процессе обучения.<br>**навыки:** владеет понятийно-категориальным аппаратом геометрии, необходимым для профессиональной педагогической деятельности; навыками анализа дидактических единиц школьного курса геометрии с позиции высшей математики; навыками отбора состава дидактических единиц с опорой на ФГОС ОО и ФГОС ВО. |

| | |
|---|---|
| ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. | **знания:** знает возможности применения методов высшей геометрии (векторного, координатного, дифференциального) к решению задач элементарной математики; критерии отбора геометрических задач для различных уровней обучения; основные способы формирования рабочих программ, учебно-методических материалов, фонда оценочных средств преподаваемых предметов на основе дисциплины "Геометрия".<br>**умения:** умеет отбирать теоретический и практический материал по различным темам для углубленного изучения в школе; адаптировать сложные темы для проектной и кружковой деятельности школьников; осуществлять отбор учебного материала для реализации в различных формах учебной и внеучебной деятельности (в том числе в соответствии с требованиями ФГОС ОО); формировать рабочие программы учебных дисциплин с учётом требований ФГОС и особенностей применяемых форм обучения.<br>**навыки:** владеет навыком разработки плана преподавания и сущностного наполнения его информацией по дисциплине (модулю, теме); навыками конструирования систем задач различной сложности, демонстрирующих связь школьной и вузовской геометрии. |

| | | |
|---|---|---|
| | ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные. | **знания:** знает различные способы проведения учебных занятий, инструменты, технологии, позволяющие повысить вовлечённость обучающихся; методы визуализации геометрических объектов (поверхностей, пространственных кривых); алгоритмы решения конструктивных задач на плоскости и в пространстве.<br>**умения:** умеет применять различные технологии при проведении учебных занятий в процессе педагогической деятельности и определять границы их применения; использовать методы изображений для наглядного представления стереометрических задач; применять методы динамической геометрии для демонстрации геометрических преобразований и свойств кривых.<br>**навыки:** владеет навыками разработки различных форм проведения учебных занятий и оценочных средств с применение содержания предметной области дисциплины "Геометрия"; применения методов, приемов, технологий, в том числе информационных, для решения профессиональных задач; технологиями проведения практических занятий по решению метрических и позиционных задач; методами наглядного моделирования геометрических |

| | | |
|---|---|---|
| 2. ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов | ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). | **знания:** знает взаимосвязи геометрии с алгеброй (линейные уравнения и геометрические места точек), математическим анализом (дифференцирование вектор-функций) и физикой (векторные величины); теоретические основы и принципы взаимной интеграции преподаваемых учебных предметов (межпредметные связи, комплексный подход, системное мышление); различные методы и технологии взаимной интеграции математических предметов; методы и критерии оценки результатов интегрированной учебной деятельности. .<br>**умения:** умеет применять алгебраический аппарат для доказательства геометрических фактов (аналитический метод); использовать геометрическую интерпретацию для решения алгебраических задач (систем уравнений, неравенств); разрабатывать интегрированные учебные программы, объединяющие несколько предметных областей; организовывать исследовательскую, проектную и групповую деятельность, используя интеграцию учебных предметов; организовывать взаимодействие между обучающимися и преподавателями из разных предметных областей.<br>**навыки:** владеет способами организации исследовательской деятельности учащихся на стыке дисциплин; навыками создания комплексных программ, объединяющих дисциплины, связанные с элементарной математикой, видеть и развивать межпредметные связи. |

| | |
|---|---|
| ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности. | **знания:** знает примеры использования геометрических форм и закономерностей (сечение, симметрия, пропорции) в архитектуре и искусстве, в том числе региональном; основные элементы и особенности социокультурной среды региона; методы и технологии интеграции социокультурной среды в образовательный процесс (экскурсии, мастер-классы, проекты, кейс -метод).<br>**умения:** умеет составлять практико-ориентированные задачи (например, архитектурные), использующие реальные объекты окружающей среды для иллюстрации теорем о подобии, площадях и объемах; планировать и организовывать учебные и внеурочные мероприятия, интегрируя социокультурные ресурсы региона; интегрировать элементы социокультурной среды в учебные программы и занятия, обеспечивая их соответствие образовательным стандартам; координировать деятельность по организации внеурочных мероприятий с другими участниками образовательного процесса.<br>**навыки:** владеет методами демонстрации прикладного значения геометрии в строительстве, дизайне и навигации; навыками применения образовательного потенциала социокультурной среды региона в преподавании дисциплины "Геометрия" и других математических дисциплин в учебной и во внеурочной деятельности. |

| | | |
|---|---|---|
| | ПК-3.3. Знает психолого-педагогические условия создания развивающей образовательной среды для достижения личностных и метапредметных результатов обучения | **знания:** знает роль геометрического мышления и пространственного воображения в интеллектуальном развитии обучающихся; логику развития геометрических понятий от наглядных образов к строгим абстракциям; основные психолого- педагогические условия, необходимые для создания развивающей образовательной среды; методы и технологии, используемые для создания развивающей образовательной среды (проектная деятельность, игровые методы, интерактивные технологии).<br>**умения:** умеет организовывать учебный процесс так, чтобы развивать у учащихся навыки логического доказательства и пространственного моделирования; выявлять типичные ошибки в восприятии пространственных фигур (стереотипы мышления); проектировать развивающую образовательную среду, учитывая цели, задачи и особенности обучающихся; интегрировать методы и технологии, способствующие созданию развивающей образовательной среды, в учебный процесс для достижения личностных и метапредметных результатов.<br>**навыки:** владеет навыками активизации познавательного интереса к геометрии через решение классических «неразрешимых» задач; навыками формулирования психолого-педагогических условий создания развивающей образовательной среды для достижения личностных и метапредметных результатов обучения, соответствующих дисциплине "Геометрия" и другим математическим дисциплинам. |

Раздел 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части ОПОП.
Дисциплина является обязательной
Для продолжения формирования заявленных компетенций необходимы знания предшествующих дисциплин: Алгебра (ПК-1), Алгебра (ПК-3)
Изучаемая дисциплина является основой для продолжения формирования указанных компетенций в следующих дисциплинах: Математический анализ (ПК-1), Теория вероятностей и математическая статистика (ПК-1), Дискретная математика (ПК-1), Дифференциальные уравнения (ПК-1), Элементарная математика (ПК-1), Математический анализ (ПК-3), Теория вероятностей и математическая статистика (ПК-3), Математическая логика и теория алгоритмов (ПК-3), Дифференциальные уравнения (ПК-3), Элементарная математика (ПК-3); государственной итоговой аттестации в форме: Выполнение и защита выпускной квалификационной работы (ПК-1), Выполнение и защита выпускной квалификационной работы (ПК-3)

Раздел 3. ОПИСАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Для формирования заявленных компетенций используются методологические технологии, реализующие деятельностный, личностно-ориентированный, практико-ориентированный подходы.

Основными стратегическими технологиями являются: исследовательские, лекционные занятия, практические занятия, процедуры самообучения

На достижение конкретных целей обучения направлены применяемые тактические технологии: задания, классическая лекция, проблемная лекция, информационные

Раздел 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1 семестр**

| Виды и темы занятий | Количество часов | Формируемые компетенции |
|---|---|---|
| **Метод координат в пространстве** | **36** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Линейные операции над векторами и скалярное произведение.<br>Понятие вектора, условия коллинеарности и компланарности. Линейная зависимость. Базис и координаты. Действия над векторами в координатах.<br>Скалярное произведение: определение, свойства, выражение в ортонормированном базисе. Приложения скалярного произведения: вычисление длин и углов. | 2 | |
| Практическое занятие. Линейные операции над векторами и скалярное произведение.<br>Вычисление координат вектора и его длины.<br>Проверка коллинеарности векторов. Вычисление скалярного произведения и угла между векторами.<br>Условие перпендикулярности векторов. | 2 | |
| Лекция. Векторное и смешанное произведения векторов.<br>Векторное произведение: определение, свойства, геометрический смысл. Выражение векторного произведения через координаты. Смешанное произведение: определение и геометрический смысл (объем). Условие компланарности трех векторов. | 2 | |
| Практическое занятие. Векторное и смешанное произведения векторов.<br>Вычисление площади параллелограмма и треугольника.<br>Нахождение вектора, перпендикулярного плоскости двух векторов.<br>Вычисление объема пирамиды и параллелепипеда.<br>Проверка компланарности векторов. | 2 | |
| Лекция. Приложение векторной алгебры к решению задач школьного курса геометрии.<br>«Векторный аппарат» как метод доказательства геометрических теорем (теорема о средней линии, теорема Фалеса). Решение задач векторным методом (задачи на принадлежность точек прямой, деление отрезка в данном отношении). Центр масс системы точек и его применение к решению задач. Методика введения понятия вектора в школьном курсе. | 2 | |
| Практическое занятие. Приложение векторной алгебры к решению задач школьного курса геометрии. | 2 | |

| | | |
|---|---|---|
| Доказательство теорем планиметрии и стереометрии векторным способом. Решение задач на доказательство параллельности прямых и принадлежности точек одной прямой. Разбор задач повышенной сложности (олимпиадного типа) с использованием векторов. Отбор задач для школьного факультатива по теме «Векторы». | | |
| Лекция. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.<br>Выбор оптимальной системы координат для решения задач на многогранниках (куб, призма, пирамида). Алгоритмы решения метрических задач координатным методом (расстояние между скрещивающимися прямыми, углы между плоскостями). Связь координатного метода с векторным при решении задач ЕГЭ (профиль).<br>Дидактические особенности обучения методу координат в школе. | 2 | |
| Практическое занятие. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.<br>Нахождение координат вершин правильных многогранников. Вычисление углов между прямыми и плоскостями в призмах и пирамидах координатным методом. Вычисление расстояний в пространственных фигурах. Решение задач из ЕГЭ профильного уровня методом координат. | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 20 | |
| **Плоскости и прямые в пространстве** | **72** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Плоскость в пространстве: виды уравнений.<br>Общее уравнение плоскости.<br>Геометрический смысл коэффициентов (нормальный вектор). Уравнение плоскости, проходящей через точку перпендикулярно вектору. Уравнение плоскости «в отрезках» и его геометрический смысл.<br>Уравнение плоскости, проходящей через три точки. | 2 | |
| Практическое занятие. Плоскость в пространстве: виды уравнений.<br>Нахождение нормального вектора плоскости.<br>Составление уравнения плоскости по трем точкам.<br>Переход от общего уравнения к уравнению в отрезках. Задачи на построение плоскости по геометрическим условиям. | 2 | |
| Лекция. Прямая линия в пространстве.<br>Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Физический смысл параметров в уравнениях движения. Прямая как линия пересечения двух плоскостей (общие уравнения). Переход от общих уравнений к каноническим. | 2 | |
| Практическое занятие. Прямая линия в пространстве.<br>Определение направляющего вектора прямой.<br>Составление уравнения прямой по двум точкам. | 2 | |

| | |
|---|---|
| Переход от общих уравнений к каноническим (поиск направляющего вектора через векторное произведение нормалей). Решение задач на проецирование точки на координатные плоскости. | |
| Лекция. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Взаимное расположение двух плоскостей: параллельность, перпендикулярность, угол между ними. Взаимное расположение двух прямых: скрещивающиеся, пересекающиеся, параллельные. Взаимное расположение прямой и плоскости: угол, условия параллельности и принадлежности.<br>Условия принадлежности двух прямых одной плоскости (компланарность). | 2 |
| Практическое занятие. Взаимное расположение прямых и плоскостей.<br>Проверка условия параллельности плоскостей.<br>Нахождение угла между прямой и плоскостью.<br>Определение количества общих точек прямой и плоскости.<br>Задачи на пересечение прямой и плоскости. | 2 |
| Лекция. Метрические задачи в пространстве.<br>Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми (различные способы вычисления). | 2 |
| Практическое занятие. Метрические задачи в пространстве.<br>Вычисление расстояния от точки до плоскости.<br>Нахождение точки, симметричной данной относительно плоскости/прямой. Вычисление расстояния между параллельными плоскостями.<br>Комплексные задачи: нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми. | 2 |
| Лекция. Приложения теории прямых и плоскостей к школьному курсу.<br>Классификация стереометрических задач школьного курса (на построение сечений, метрические, на доказательство).<br>Применение метода координат для построения сечений многогранников. Обзор трудных задач ЕГЭ, решаемых аналитическим методом.<br>Использование ИКТ для визуализации прямых и плоскостей. | 2 |
| Практическое занятие. Приложения теории прямых и плоскостей к школьному курсу.<br>Построение сечений многогранников методом следов и методом внутреннего проектирования.<br>Решение задач ЕГЭ (профиль) на нахождение углов и расстояний аналитическим способом. Анализ типичных ошибок школьников при решении задач на прямую и плоскость. | 2 |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 52 |

| | | |
|---|---|---|
| Иная контактная работа: дифференцированный зачет (БРК) | 0 | |

**2 семестр**

| Виды и темы занятий | Количество часов | Формируемые компетенции |
|---|---|---|
| **Поверхности второго порядка** | **16** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Канонические уравнения и исследование формы поверхностей.<br>Классификация поверхностей 2-го порядка. Метод сечений. Эллипсоид и сфера. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Конус второго порядка. Эллиптический и гиперболический параболоиды. Цилиндрические поверхности (эллиптические, гиперболические, параболические). Прямолинейные образующие. | 2 | |
| Практическое занятие. Канонические уравнения и исследование формы поверхностей.<br>Исследование центральных поверхностей. Определение вида поверхности по каноническому уравнению. Построение эллипсоидов и гиперболоидов методом сечений. Задачи на нахождение горлового сечения и асимптотического конуса. Исследование параболоидов и цилиндров. Построение параболоидов. Работа с цилиндрическими поверхностями (построение направляющей). Нахождение уравнений прямолинейных образующих для однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида (седла). | 2 | |
| Лекция. Общая теория поверхностей второго порядка.<br>Общее уравнение поверхности второго порядка и его коэффициенты. Преобразование декартовых координат в пространстве (параллельный перенос и поворот осей). Инварианты уравнения поверхности второго порядка. Центр поверхности. Классификация поверхностей по инвариантам. | 2 | |
| Практическое занятие. Общая теория поверхностей второго порядка.<br>Упрощение уравнений (параллельный перенос): Приведение уравнений к каноническому виду методом выделения полных квадратов. Определение координат центра поверхности и вершин.<br>Общее исследование. Определение типа поверхности без приведения к каноническому виду (с помощью инвариантов). Работа с вырожденными случаями (пара плоскостей, конус, цилиндр). | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 8 | |
| **Преобразования плоскости и их применение к решению задач** | **56** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Преобразования плоскости и пространства. Движение и подобие<br>Понятие движения (изометрии) и подобия. Виды движений. Групповые свойства. Коэффициент подобия. | 2 | |

| | |
|---|---|
| Практическое занятие. Преобразования плоскости и пространства.<br>Движение плоскости. Подобия плоскости.<br>Решение задач на движения и подобие.<br>Определение движения. Свойства гомотетии. | 2 |
| Лекция. Аффинные преобразования плоскости. Преобразования пространства.<br>Аффинные преобразования: определение, свойства (сохранение параллельности, простого отношения). Родство. | 2 |
| Практическое занятие. Аффинные преобразования плоскости. Преобразования пространства<br>Исследование свойств фигур при аффинных преобразованиях. Свойства аффинных преобразований. Проективная геометрия: несобственные элементы, гармоническая четверка, Теорема Дезарга. | 2 |
| Лекция. Построения на плоскости: постулаты и элементарные задачи.<br>Аксиоматика конструктивной геометрии. Инструменты (циркуль и линейка). Простейшие задачи (деление отрезка, угла, построение перпендикуляра). | 2 |
| Практическое занятие. Построения на плоскости: постулаты и элементарные задачи.<br>Решение элементарных задач на построение. Этапы решения (анализ, построение, доказательство, исследование). | 2 |
| Лекция. Метод пересечений и метод геометрических мест точек.<br>Метод геометрических мест точек как базовый метод. Метод пересечений. Применение движений (поворота, переноса) к построению. | 2 |
| Практическое занятие. Метод пересечений и метод геометрических мест точек.<br>Решение задач методом геометрических мест и методом движений. Пример: построение фигуры с заданными свойствами симметрии. | 2 |
| Лекция. Решение задач на построение методом подобия.<br>Метод подобия (метод гомотетии). Сущность метода: построение вспомогательной фигуры, подобной искомой. | 2 |
| Практическое занятие. Решение задач на построение методом подобия.<br>Решение задач методом подобия (вписать квадрат в треугольник, построить треугольник по двум углам и периметру). | 2 |
| Лекция. Алгебраический метод решения задач на построение.<br>Связь геометрических построений с алгеброй. Построимость отрезков, выражаемых формулами (рациональные операции и извлечение квадратного корня). | 2 |
| Практическое занятие. Алгебраический метод решения задач на построение.<br>Анализ разрешимости задач. Построение отрезков, заданных формулами. | 2 |
| Лекция. Неразрешимые задачи на построение.<br>Три классические задачи древности: квадратура круга, | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| трисекция угла, удвоение куба. Причины их неразрешимости циркулем и линейкой. | | |
| Практическое занятие. Неразрешимые задачи на построение. Приближенные методы решения неразрешимых задач. Итоговое тестирование по модулю. | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 28 | |
| Иная контактная работа: дифференцированный зачет (БРК) | 0 | |

**3 семестр**

| Виды и темы занятий | Количество часов | Формируемые компетенции |
|---|---|---|
| **Методы изображений** | **24** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Параллельное проектирование.<br>Сущность метода параллельного проектирования. Инварианты параллельного проектирования (сохранение параллельности, отношения отрезков). Изображение плоских фигур (треугольник, параллелограмм). Изображение пространственных фигур (призма, пирамида). Особенности изображения окружности (эллипс) и сферы в ортогональной проекции. | 2 | |
| Практическое занятие. Параллельное проектирование.<br>Построение изображений плоских фигур. Построение эллипса как проекции окружности (сопряженные диаметры). Решение задач на построение сечений многогранников в параллельной проекции. Закрепление понимания проекции фигур. | 2 | |
| Лекция. Аксонометрия.<br>Понятие аксонометрии. Аксонометрическая система координат. Коэффициенты искажения. Теорема Польке-Шварца (основная теорема аксонометрии).<br>Полные и неполные изображения. Виды аксонометрии (изометрия, диметрия). | 2 | |
| Практическое занятие. Аксонометрия.<br>Построение аксонометрических проекций фигур (стандартная изометрия, диметрия). Работа с коэффициентами искажения. | 2 | |
| Лекция. Позиционные и метрические задачи. Понятие о методе Монжа.<br>Позиционные задачи: принадлежность точки прямой, пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей.<br>Метрические задачи: определение натуральной величины отрезка, углов, расстояний. Понятие о методе Монжа (ортогональное проецирование на две взаимно перпендикулярные плоскости). Эпюр Монжа. | 2 | |
| Практическое занятие. Позиционные и метрические задачи. Понятие о методе Монжа.<br>Решение позиционных задач на готовых изображениях (построение точки встречи прямой с плоскостью). Решение метрических задач. | 2 | |

| | | |
|---|---|---|
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 12 | |
| **Проективная геометрия** | **24** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Понятие проективного пространства, плоскости и прямой.<br>Евклидово пространство, дополненное несобственными (бесконечно удаленными) элементами. Определение проективной прямой плоскости и пространства. Аксиоматика проективной геометрии (свойства инцидентности).<br>Пересечение параллельных прямых в проективном пространстве. | 2 | |
| Практическое занятие. Понятие проективного пространства, плоскости и прямой.<br>Работа с несобственными элементами. Определение вида фигур при добавлении несобственных точек.<br>Решение качественных задач на инцидентность. | 2 | |
| Лекция. Проективные координаты и модели.<br>Однородные координаты точки. Связь с декартовыми координатами. Модели проективной плоскости: связка прямых, сфера с отождествленными диаметрально противоположными точками. Уравнение прямой на проективной плоскости в однородных координатах. Координаты несобственной прямой. Гармоническая четверка точек (сложное отношение). | 2 | |
| Практическое занятие. Проективные координаты и модели.<br>Переход от аффинных (декартовых) координат к проективным и обратно. Вычисление сложного (ангармонического) отношения четырех точек. | 2 | |
| Лекция. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.<br>Принцип двойственности в проективной геометрии и взаимная замена понятий точка и прямая. Формулировки двойственных утверждений и аксиом проективной плоскости. Теорема Дезарга о треугольниках, перспективных из точки или относительно прямой. Доказательство теоремы Дезарга в трёхмерном пространстве. Следствие теоремы Дезарга о перспективности трёх осей соответственных сторон треугольников. Роль теоремы Дезарга в построении координат на проективной плоскости. | 2 | |
| Практическое занятие. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.<br>Построение двойственных утверждений к теоремам Решение задач на применение теоремы Дезарга (построение прямой, соединяющей точки пересечения сторон). | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 12 | |

| | | |
|---|---|---|
| **Основные факты проективной геометрии** | **24** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Двойное (сложное) отношение и гармонизм. Сложное (двойное) отношение четырех точек прямой (ABCD). Определение и свойства. Сложное отношение четырех прямых пучка (abcd). Связь с отношением точек пересечения секущей. Гармоническая четверка точек и прямых (случай, когда сложное отношение равно -1). Полный четырехвершинник. Определение линий второго порядка (овал) на проективной плоскости. | 2 | |
| Практическое занятие. Двойное (сложное) отношение и гармонизм.<br>Вычисление двойного отношения точек по их координатам. Построение четвертой гармонической точки/прямой. Нахождение гармонических четверок в полном четырехвершиннике. | 2 | |
| Лекция. Проективные преобразования и классификация линий. Аналитическое задание проективного преобразования (линейное преобразование однородных координат). Основная теорема проективной геометрии (существование и единственность преобразования, переводящего 4 точки в 4 точки). Проективная классификация линий 2-го порядка: 5 типов (овальная линия, вырожденные случаи). Отличие от аффинной и метрической классификации. | 2 | |
| Практическое занятие. Проективные преобразования и классификация линий.<br>Запись матрицы проективного преобразования. Определение типа линии 2-го порядка в проективных координатах. Построение поляры точки относительно коники. | 2 | |
| Лекция. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.<br>Понятие группы преобразований. Групповые свойства проективных преобразований. Подгруппы проективной группы: аффинная группа, группа подобий, группа движений (иерархия геометрий по Клейну). Предмет проективной геометрии: изучение свойств, инвариантных относительно проективной группы (коллинеарность, инцидентность, двойное отношение, порядок линии). | 2 | |
| Практическое занятие. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.<br>Анализ инвариантов различных групп преобразований (что сохраняется при движении, но не сохраняется при проектировании). Решение обобщающих задач. | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 12 | |
| Иная контактная работа: консультации | 0 | |
| Подготовка к экзамену | 30 | |
| Проведение экзамена | 6 | |

**4 семестр**

| Виды и темы занятий | Количество часов | Формируемые компетенции |
|---|---|---|
| **Кривые в евклидовом пространстве** | **36** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Вектор-функции и способы задания кривой.<br>Понятие вектор-функции скалярного аргумента. Предел, непрерывность и дифференцируемость вектор-функции.<br>Способы задания кривой: векторный, параметрический, явный, неявный.<br>Касательная к кривой. Геометрический смысл производной вектор-функции. | 2 | |
| Практическое занятие. Вектор-функции и способы задания кривой.<br>Нахождение области определения вектор-функции. Вычисление производной и построение касательного вектора. Переход от одного способа задания кривой к другому. | 2 | |
| Лекция. Длина дуги и сопровождающий трехгранник.<br>Спрямляемые кривые. Длина дуги. Натуральная параметризация. Сопровождающий трехгранник (репер Френе): касательная, главная нормаль, бинормаль. Соприкасающаяся, нормальная и спрямляющая плоскости. | 2 | |
| Практическое занятие. Длина дуги и сопровождающий трехгранник.<br>Вычисление длины дуги кривой (например, винтовой линии).<br>Составление уравнений касательной, бинормали и главной нормали в заданной точке.<br>Составление уравнений трех плоскостей трехгранника. | 2 | |
| Лекция. Кривизна, кручение и формулы Френе.<br>Кривизна кривой: определение, физический смысл, формула вычисления. Кручение кривой: определение, знак кручения, формула. Формулы Серре-Френе (кинематический смысл движения репера вдоль кривой). | 2 | |
| Практическое занятие. Кривизна, кручение и формулы Френе.<br>Вычисление кривизны и кручения пространственных кривых. Исследование плоских кривых как частного случая (кручение равно 0). Определение радиуса кривизны и центра кривизны (эволюта). | 2 | |
| Лекция. Натуральные уравнения кривой.<br>Основная теорема теории кривых (существование и единственность кривой с заданной кривизной и кручением).<br>Натуральные уравнения кривой. Восстановление кривой по её натуральным уравнениям. | 2 | |
| Практическое занятие. Натуральные уравнения кривой.<br>Определение вида кривой по её натуральным уравнениям. | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала. | 20 | |
| **Поверхности в евклидовом пространстве** | **26** | ПК-1, ПК-3 |
| Лекция. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты. | 2 | |

| | | |
|---|---|---|
| Понятие элементарной поверхности. Векторное уравнение поверхности. Криволинейные координаты на поверхности (u, v). Координатные линии. Касательная плоскость (геометрическое определение). | | |
| Практическое занятие. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты.<br>Параметризация известных поверхностей (сфера, тор, геликоид). Нахождение координатных линий на поверхности. Построение э. | 2 | |
| Лекция. Касательная плоскость и нормаль.<br>Аналитическое условие существования касательной плоскости (регулярность). Уравнение касательной плоскости и нормали. Особые точки поверхности. | 2 | |
| Практическое занятие. Касательная плоскость и нормаль.<br>Составление уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной параметрически и неявно. Исследование поверхностей на наличие особых точек (конус, поверхность вращения). | 2 | |
| Лекция. Первая квадратичная форма (Внутренняя геометрия).<br>Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление длин дуг кривых на поверхности, углов между кривыми, площади области. Изометричные поверхности. | 2 | |
| Практическое занятие. Первая квадратичная форма (Внутренняя геометрия).<br>Вычисление коэффициентов E, F, G для сферы, цилиндра. Нахождение длины кривой на поверхности. Вычисление площади криволинейного треугольника на сфере. | 2 | |
| Лекция. Кривизны поверхности: полная и средняя.<br>Главные кривизны Главные направления. Формула Эйлера. Гауссова (полная) кривизна и средняя кривизна. Теорема Гаусса: инвариантность гауссовой кривизны при изгибании. Минимальные поверхности (H=0). | 2 | |
| Практическое занятие. Кривизны поверхности: полная и средняя.<br>Вычисление главных, гауссовой и средней кривизны для сферы, цилиндра, псевдосферы. Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны. | 2 | |
| Задания для самостоятельной работы, в том числе выполнение КР, курсового проекта/работы, РГР<br>Изучение лекционного материала и подготовка к текущему контролю (ответы на контрольные вопросы в лекциях), выполнение домашних заданий, контрольных и расчетно-графических работ, изучение дополнительного материала.<br>выполнение курсового проекта/работы | <br><br><br><br>10<br>10 | |
| Иная контактная работа: консультации, защита курсового проекта/работы | 0 | |
| Подготовка к экзамену | 30 | |
| Проведение экзамена | 6 | |

Раздел 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины «Геометрия» рекомендуется начать с ознакомления с рабочей

программой, с ее структурой и содержанием разделов. Учебный материал структурирован, изучение дисциплины осуществляется в тематической последовательности.

Занятия лекционного типа дают систематизированные знания по дисциплине «Геометрия», концентрируют внимание на наиболее сложных и важных вопросах. Во время лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на формулировки и категории, раскрывающие суть проблемы, явления или процесса, зафиксировать выводы и практические рекомендации.

Подготовка к занятиям семинарского типа включает ознакомление с планом практического занятия, работу с конспектом лекций, выполнение домашнего задания, работу с учебной и учебно-методической литературой, научными изданиями и образовательными ресурсами, рекомендованными рабочей программой дисциплины «Геометрия».

Содержание самостоятельной работы определяется рабочей программой дисциплины «Геометрия», оценочными и методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя. Самостоятельная работа может осуществляться в аудиторной и внеаудиторной формах. Эффективным средством осуществления самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к образовательной программе, рабочей программе дисциплины «Геометрия», к электронным библиотечным системам, профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Изучение дисциплины «Геометрия» включает выполнение курсовой работы, расчётно-графической работы, контрольной работы.

Периодичность проведения формы текущего контроля успеваемости, система оценивания хода освоения дисциплин представлены в рабочей программе.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Геометрия» является балльно-рейтинговый контроль, экзамен; по курсовой работе - дифференцированный зачет.

**Примерные темы курсовых работ по дисциплине «Геометрия»**

1. Методика изучения векторов в школьном курсе геометрии: от определений к решению физических и экономических задач.
2. Решение метрических задач в пространстве (расстояния и углы): сравнительный анализ координатного и геометрического методов при подготовке к ЕГЭ.
3. Геометрическая интерпретация экономических понятий: выпуклые множества и функции в задачах линейного программирования.
4. Поверхности второго порядка как математические модели в экономике и архитектуре: разработка содержания элективного курса.
5. Развитие пространственного мышления школьников через изучение свойств правильных многогранников и тел вращения.
6. Применение геометрических преобразований (движений и подобия) при решении задач оптимизации и планирования на местности.
7. Конструктивная геометрия в современной школе: методика обучения решению задач на построение с использованием интерактивных сред.
8. «Золотое сечение» в математике, искусстве и экономике: разработка междисциплинарного проекта для старшеклассников.
9. Методы изображений пространственных фигур: преодоление типичных трудностей

1. школьников при построении сечений многогранников.
2. Проективная геометрия как математическая основа теории перспективы: материалы для факультативного курса по наглядной геометрии.
3. Кривые второго порядка (эллипс, гипербола, парабола) в школьной математике и микроэкономике: свойства, графики и приложения.
4. Замечательные кривые (циклоида, спирали) и их роль в технике и природе: организация научно-исследовательской работы школьников.
5. Понятие кривизны и начала сферической геометрии: пропедевтика элементов высшей геометрии и географии (навигация) в старших классах.
6. Симметрия и орнаменты: геометрические основы дизайна и их использование в экономических задачах.
7. История геометрических задач (удвоение куба, трисекция угла) как средство повышения познавательной мотивации учащихся.
8. Использование метода объемов и площадей при решении сложных стереометрических задач.
9. Векторный метод решения аффинных задач в планиметрии и стереометрии: методические аспекты.
10. Инверсия как геометрическое преобразование: нестандартные методы решения школьных задач (уровень олимпиад).
11. Теория графов и топология в школьном курсе: решение логистических и экономических задач.
12. Аксиоматический метод в геометрии: методика формирования представлений о логическом строении математики у старшеклассников.
13. Векторная алгебра в приложениях: геометрия тетраэдра и параллелепипеда
14. Прямые и плоскости в пространстве: метрические задачи и их решение
15. Эллипсоид: свойства, сечения и приложения
16. Поверхности второго порядка в архитектуре и технике
17. Классификация кривых второго порядка (метрическая, аффинная, проективная)
18. Задачи на построение циркулем и линейкой: классификация методов
19. Классические неразрешимые задачи древности (трисекция угла, удвоение куба, квадратура круга)
20. Метод геометрических мест точек в конструктивной геометрии
21. Инверсия относительно окружности и её применение к решению задач
22. Теорема Гаусса-Ванцеля о построении правильных многоугольников
23. Проективная плоскость: аксиоматика и модели
24. Однородные координаты и их применение в компьютерной графике
25. Принцип двойственности в проективной геометрии
26. Теорема Дезарга и конфигурации проективной плоскости
27. Сложное (двойное) отношение и его инварианты
28. Теория кривых: кривизна и кручение пространственных кривых
29. Натуральные уравнения кривой. Основная теорема теории кривых
30. Винтовая линия и её свойства
31. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
32. Первая квадратичная форма поверхности и внутренняя геометрия
33. Вторая квадратичная форма и нормальная кривизна
34. Главные кривизны поверхности. Формула Эйлера
35. Гауссова (полная) и средняя кривизна поверхности
36. Теорема Гаусса (Theorema Egregium) об инвариантности гауссовой кривизны
37. Классификация точек поверхности (эллиптические, гиперболические, параболические)
38. Геодезические линии на поверхности
39. Минимальные поверхности и их приложения

1. Развертывающиеся поверхности
2. Геометрия поверхностей вращения
3. Применение дифференциальной геометрии в общей теории относительности.

Методические рекомендации по выполнению курсовой работы по дисциплине «Геометрия»

Курсовая работа по дисциплине «Геометрия» – вид самостоятельной письменной работы, направленный на творческое освоение дисциплины и выработку соответствующих компетенций. При написании курсовой работы студент должен полностью раскрыть выбранную тему, соблюсти логику изложения материала, показать умение делать обобщения и выводы, демонстрировать знание методов аналитической, проективной и дифференциальной геометрии. Курсовая работа является одним из основных видов промежуточной аттестации и оценивает результаты учебной деятельности студента за 4 семестр.

Целью курсовой работы является углубление и расширение теоретических знаний и практических умений студента по учебной дисциплине. Смысл курсовой работы состоит в приобретении навыков самостоятельного решения геометрических задач с научных позиций и письменного изложения полученных результатов.

Курсовая работа включает оформление пояснительной записки, структура которой зависит от темы, целей и задач работы. Примерный объем работы – 25 – 35 страниц.

Тема курсовой работы либо выбирается студентом самостоятельно из примерного перечня тем, либо предлагается тема с обоснованием её выбора. В любом случае важно, чтобы тема была интересна студенту и соответствовала его профессиональным интересам (педагогика, математика, история и методика преподавания геометрии, практическое применение геометрии и т.д.).

В то же время необходимо адекватно оценивать возможности реализации выбираемой темы. Также рекомендуется выбирать тему таким образом, чтобы в дальнейшем материалы и результаты курсовой работы можно было использовать при написании выпускной квалификационной работы (например, для разработки методики преподавания темы в школе или для создания элективного курса).

Практическое выполнение курсовой работы должно начинаться с планирования. Основой для этого планирования являются тема работы и задание руководителя, содержащее перечень основных вопросов, подлежащих разработке.

На их основе разрабатывается календарный план выполнения работы, устанавливающий логическую последовательность, очередность и сроки завершения отдельных этапов работы. Календарный план должен предусматривать время на: отбор всей необходимой информации (литература, учебники, научные статьи, электронные ресурсы); изучение собранного материала и выписывание ключевых определений, теорем, доказательств; обработку материала (структурирование, написание текста курсовой работы); оформление работы в соответствии с требованиями (проверка формул, чертежей, списка литературы); подготовку к защите курсовой работы). Кроме календарного плана студент должен иметь содержательный план, раскрывающий содержание курсовой работы.

**Примерная структура курсовой работы**

В качестве примера приведен примерный план курсовой работы на тему «Теорема Гаусса и её следствия».

Введение (2–3 страницы): характеристика состояния рассматриваемой проблемы (историческая справка, место теоремы Гаусса в дифференциальной геометрии); обоснование выбора темы (актуальность для геометрии и приложений); определение объекта (поверхности в трехмерном пространстве) и предмета исследования (внутренняя геометрия поверхностей); формулировка цели (изучить теорему и её роль в классификации поверхностей) и задач исследования (изучить первую и вторую квадратичные формы поверхности, вывести формулу Гауссовой кривизны, доказать теорему, рассмотреть примеры применения теоремы).

1. Теоретические сведения из дифференциальной геометрии (8 – 10 страниц).

1.1. Понятие регулярной поверхности. Касательная плоскость и нормаль.

1.2. Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление длин и углов.

1.3. Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна.

1.4. Главные кривизны и главные направления. Формула Эйлера.

1.5. Гауссова (полная) кривизна и средняя кривизна поверхности.

2. Замечательная теорема Гаусса. (6 – 8 страниц).

2.1. Историческая справка (К.Ф. Гаусс, «Общие исследования о кривых поверхностях», 1827).

2.2. Формулировка теоремы: гауссова кривизна является внутренним инвариантом поверхности.

2.3. Доказательство теоремы (схема доказательства через коэффициенты Кристоффеля или символы Кристоффеля-Риччи).

2.4. Геометрический смысл теоремы (сохранение кривизны при изгибании).

3. Следствия и приложения теоремы Гаусса (6 – 8 страниц)

3.1. Классификация поверхностей по знаку гауссовой кривизны (поверхности постоянной кривизны).

3.2. Примеры.

3.3. Роль теоремы в общей теории относительности (связь с римановой геометрией).

Заключение (1–2 страницы).

Подведение итогов работы, выводы о выполнении поставленных задач, оценка значимости теоремы для современной геометрии и физики.

Список использованных источников (не менее 10 источников).

Приложения (при необходимости)

Курсовая работа оценивается по следующим критериям:

- Обоснованность выбора темы (соответствие программе дисциплины).
- Полнота раскрытия темы (наличие всех ключевых разделов).
- Глубина проработки материала (наличие доказательств, примеров, задач).
- Логичность изложения (структурированность текста, связность разделов).
- Корректность использования математического аппарата (правильность формул, чертежей).
- Качество оформления (соблюдение стандартов, аккуратность).
- Самостоятельность выполнения (отсутствие плагиата, наличие авторских выводов).
- Качество защиты (умение излагать материал, отвечать на вопросы).

Оценка «отлично» ставится за работу, выполненную на высоком теоретическом уровне, содержащую самостоятельные выводы и решение нетривиальных задач.

Оценка «хорошо» – за работу, в целом соответствующую требованиям, но имеющую отдельные недочеты в оформлении или неполноту освещения отдельных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» – за работу, раскрывающую тему на базовом уровне, но без глубокого анализа и самостоятельных выводов.

Оценка «неудовлетворительно» – за работу, не соответствующую теме, содержащую грубые ошибки или признаки плагиата.

## Раздел 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-методическое обеспечение

| №№ п/п | Список используемой литературы | Количество экземпляров печатных изданий, имеющихся в библиотеке, или электронный адрес издания (ресурса) в сети Интернет |
|---|---|---|
| УЧЕБНЫЕ, УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ И НАУЧНЫЕ ИЗДАНИЯ | | |
| 1. | Гриншпон, И. Э. Линейная алгебра. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Гриншпон И. Э. Санкт-Петербург: Лань, 2023. - 164 с. ISBN 978-5-507-46705-1. | https://e.lanbook.com/book/356105 |
| 2. | Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. П. Натансон. 10-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 736 с. ISBN 978-5-8114-0123-9. | https://e.lanbook.com/book/210320 |
| 3. | Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по | 276 |

| | | |
|---|---|---|
| | высшей математике [Текст] : полный курс / Д. Т. Письменный. 10-е изд., испр. Москва: Айрис-Пресс, 2011. - 602, [1] с. ISBN 978-5-8112-4351-8. Экземпляры: всего 276. | |
| 4. | Клетеник, Давид Викторович. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : [учебное пособие для студентов втузов] / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. Изд. 17-е, стер. Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 222, [1] с. ISBN 978-5-8114-1051-45-93913-037-2. Экземпляры: всего 49. | 49 |
| 5. | Шипачев, Виктор Семенович. Курс высшей математики : учеб. для студентов вузов / В. С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова. 4-е изд., испр. М.: Оникс, 2009. - 599, [1] с. ISBN 978-5-488-02067-2. Экземпляры: всего 111. | 111 |
| 6. | Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] : учебное пособие / Л. А. Беклемишева [и др.] ; под ред. Д. В. Беклемишева. Изд. 3-е, испр. Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 494, [1] с. ISBN 978-5-8114-0861-0. Экземпляры: всего 4. | 4 |
| 7. | Геометрия. 10-11 [Текст] : базовый и профильный уровни : учебник для общеобразовательных учреждений / Л. С. Атанасян [и др.]. 16-е изд. Москва: Просвещение, 2007. - 255 с. ISBN 5-09-016419-1. Экземпляры: всего 27. | 27 |
| 8. | Сборник задач по высшей математике [Текст] : (с контрольными работами). 1 курс : [Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Основы математического анализа. Комплексные числа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям и специальностям в обл. техники и технологии] / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. 4-е изд. Москва: Айрис-пресс, 2005. - 574 с. ISBN 5-8112-1498-7. Экземпляры: всего 23. | 23 |
| 9. | Михадарова, Ольга Васильевна. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия [Текст] : учебно-методическое пособие по разделам "Линейная алгебра", "Векторная алгебра", "Аналитическая геометрия" дисциплины "Математика" / О. В. Михадарова, С. Н. Сусанина; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, ФГБОУ ВО "Поволжский государственный технологический университет". Йошкар-Ола: ПГТУ, 2024. - 107 с. ISBN 978-5-8158-2402-7. Экземпляры: всего 2. | 2 / https://portal.volgatech.net/books/Mikhadarovaineynaya_algebra_Vektornaya_algebra_Analiticheskaya_geometriya_2024.pdf |
| 10. | Алгебра и геометрия [Текст] : учебно-методическое пособие / М-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВПО "Поволж. гос. технол. ун-т"; [сост.: И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков]. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2013. - 139 с. ISBN 978-5-8158-1173-7. Экземпляры: всего 25. | 25 / https://portal.volgatech.net/books/baklanova-algebra-geometria.pdf |
| ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ | | |
| 1. | Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU | http://elibrary.ru |
| 2. | Научная электронная библиотека «Киберленинка» | http://cyberleninka.ru |
| 3. | Портал "Единое содержание общего образования" (Конструктор рабочих программ) | https://edsoo.ru/ |
| 4. | Портал "Российская электронная школа" | https://resh.edu.ru/ |

| | | |
|---|---|---|
| 5. | Федеральная государственная информационная система "Моя школа" (ФГИС "Моя школа") | https://www.gosuslugi.ru/myschool |

6.2. Материально-техническая база и программное обеспечение

| №№ п/п | Аудитории для проведения учебных занятий, самостоятельной работы и проведения государственной итоговой аттестации | Перечень основного оборудования | Программное обеспечение |
|---|---|---|---|
| 1. | 307 (II) | Экран настенный Rollerscreen Type D Medium (1), Комплект учебной мебели (1) | Microsoft Windows Enterprise, Справочная правовая система "Консультант Плюс", Microsoft Office Standard, Агент Dr.Web, Комплект ГАРАНТ-Мастер, Microsoft Access, Microsoft Visio Professional, Microsoft Project Professional, Microsoft Visual Studio Enterprise, Комплект ПО для решения основных пользовательских задач |

## Раздел 7. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ/ ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Критерии оценивания индикаторов достижения компетенций направлены на:
- усвоение теоретического материала (объем знаний, глубина усвоения), предусмотренного рабочей программой;
- умение излагать материал (четкость, грамотность изложения материала, точность и полнота воспроизведения учебного материала);
- умение применять теоретические знания при решении практических заданий.

Шкала оценивания представлена ниже.

| Уровень сформированности элементов компетенции | Критерии оценивания | Шкала оценивания |
|---|---|---|
| Пороговый уровень | Обучающийся имеет знания основного материала, проявляет умение логично его излагать, но может допускать неточности в изложении материала, недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения в выполнении практических заданий. | удовлет-ворительно |
| Продвинутый уровень | Обучающийся твердо знает программный материал, излагает его грамотно и по существу, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения | хорошо |

| | | |
|---|---|---|
| Высокий уровень | Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, грамотно и логически стройно его излагает, дает исчерпывающие ответы на поставленные вопросы. В ответе тесно увязывается теория с практикой, при этом обучающийся не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, показывает знакомство с монографической литературой, периодическими изданиями, правильно обосновывает принятые решения, свободно владеет разносторонними навыками, приемами выполнения практических работ | отлично |

7.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины (модуля) и производится с применением технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической картой дисциплины. Порядок составления технологической карты и алгоритм проведения процедуры оценивания видов деятельности обучающихся, направленных на освоение знаний, умений, навыков и/ или опыта деятельности, по накопительной системе в баллах устанавливается положением о системе РИТМ в ФГБОУ ВО «ПГТУ»

7.2. Промежуточная аттестация обучающихся

Промежуточная аттестация обучающихся направлена на оценивание результатов обучения по дисциплине (модулю) и проводится с использованием фондов оценочных средств.

Примеры типовых контрольных заданий из базы фонда оценочных средств по образовательной программе.

**Задание 1. Выберите верный ответ**

Даны два вектора a(1; -2; 3) и b(2; -4; 6). Каково их взаимное расположение?

а) векторы коллинеарны и сонаправлены;

б) векторы перпендикулярны;

в) векторы коллинеарны и противоположно направлены;

г) векторы образуют тупой угол.

**Ответ:** _____

**Ключ:** а

**Задание 2. Вычислите значение. В поле для ответа введите число без пробелов и знаков препинания**

Найдите длину вектора a(3; -4; 0).

**Ответ:** _____

**Ключ:** 5

**Задание 3. Определите тип кривой. В поле для ответа введите слово в именительном падеже и единственном числе со строчной буквы**

Кривая, заданная уравнением $x^2 + 4y^2 = 16$, называется _____.

**Ответ:** _____

**Ключ:** эллипс

Полный перечень вопросов промежуточного контроля представлен в приложении 5 «Фонд оценочных средств»

Перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации

**1 семестр**

**Вопросы к БРК**

1. Понятие вектора. Свободные векторы. Коллинеарные и компланарные векторы.
2. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание (правила треугольника и параллелограмма). Свойства сложения.
3. Умножение вектора на число. Геометрический смысл и свойства этой операции.
4. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Критерии линейной зависимости.
5. Понятие базиса векторного пространства. Разложение вектора по базису. Координаты вектора.
6. Декартова прямоугольная система координат в пространстве. Радиус-вектор точки. Длина вектора через координаты.
7. Линейные операции над векторами в координатной форме. Условие коллинеарности векторов в координатах.
8. Деление отрезка в данном отношении: вывод формул координат делящей точки.
9. Скалярное произведение векторов: определение и геометрический смысл (проекция вектора на ось).
10. Свойства скалярного произведения (коммутативность, дистрибутивность). Скалярный квадрат.
11. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.
12. Вычисление длины вектора и угла между векторами с помощью скалярного произведения.
13. Векторное произведение векторов: определение, ориентация тройки векторов.
14. Геометрический смысл модуля векторного произведения (площадь параллелограмма).
15. Свойства векторного произведения (антикоммутативность, линейность).
16. Выражение векторного произведения через координаты векторов. Условие коллинеарности.
17. Смешанное произведение трех векторов: определение и геометрический смысл (объем параллелепипеда).
18. Свойства смешанного произведения. Выражение в координатах (определитель).
19. Условие компланарности трех векторов (через смешанное произведение).
20. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов.
21. Неполные уравнения плоскости: их геометрический смысл и расположение в пространстве.
22. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости «в отрезках».
23. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
24. Взаимное расположение двух плоскостей: условия параллельности и перпендикулярности, угол между ними.
25. Различные способы аналитического задания прямой в пространстве (векторное, параметрические уравнения).
26. Канонические уравнения прямой и уравнения прямой, проходящей через две точки.
27. Прямая как линия пересечения двух плоскостей (общие уравнения). Переход от общих уравнений к каноническим.
28. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Вычисление угла между прямыми.
29. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условия принадлежности прямой плоскости.

30. Метрические задачи: расстояние от точки до прямой и расстояние между скрещивающимися прямыми.

**2 семестр**

**Вопросы к БРК**

1. Понятие алгебраической поверхности второго порядка. Общее уравнение.
2. Эллипсоид: определение, каноническое уравнение. Исследование формы методом параллельных сечений.
3. Оси симметрии и вершины эллипсоида. Сфера как частный случай эллипсоида.
4. Однополостный гиперболоид: каноническое уравнение, исследование формы.
5. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида: существование двух семейств.
6. Асимптотический конус однополостного гиперболоида.
7. Двуполостный гиперболоид: каноническое уравнение, исследование формы, вершины.
8. Конус второго порядка: определение, каноническое уравнение, свойства сечений.
9. Эллиптический параболоид: каноническое уравнение, исследование формы, вершина.
10. Гиперболический параболоид: каноническое уравнение, исследование формы методом сечений.
11. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
12. Цилиндрические поверхности второго порядка: эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры.
13. Преобразование координат в пространстве (параллельный перенос и поворот). Понятие о приведении общего уравнения поверхности к каноническому виду.
14. Понятие отображения и преобразования плоскости. Взаимно однозначные отображения.
15. Движение (изометрия) плоскости. Основные свойства движений (сохранение расстояний, углов).
16. Параллельный перенос: определение, свойства, формулы в координатах.
17. Поворот плоскости вокруг точки: определение, свойства, формулы в координатах.
18. Осевая симметрия: определение, свойства. Уравнения симметрии относительно осей координат.
19. Скользящая симметрия.
20. Преобразование подобия. Коэффициент подобия. Основные свойства.
21. Гомотетия: определение, центр и коэффициент, координатные формулы.
22. Аффинные преобразования: определение, свойства (сохранение параллельности, простого отношения).
23. Аналитическое выражение аффинного преобразования.
24. Аксиомы конструктивной геометрии. Инструменты построений (циркуль и линейка).
25. Элементарные задачи на построение (деление отрезка, построение угла, перпендикуляра).
26. Метод геометрических мест точек (ГМТ) при решении задач на построение.
27. Метод геометрических преобразований (метод параллельного переноса) в задачах на построение.
28. Метод поворота в задачах на построение.
29. Метод подобия в задачах на построение.
30. Алгебраический метод исследования задач на построение.

**3 семестр**

**Вопросы к экзамену**

1. Центральное проектирование: определение, основные свойства.
2. Параллельное проектирование: определение, направление проектирования.
3. Инварианты параллельного проектирования (сохранение параллельности, отношения отрезков на параллельных прямых).
4. Свойства ортогонального проектирования. Теорема о площади ортогональной

проекции многоугольника.
5. Изображение основных плоских фигур в параллельной проекции (треугольник, параллелограмм, трапеция, окружность).
6. Понятие аксонометрии. Аксонометрическая система координат и коэффициенты искажения.
7. Основная теорема аксонометрии.
8. Стандартные виды аксонометрических проекций: прямоугольная изометрия и диметрия.
9. Комплексный чертеж Монжа. Проекции точки на две и три плоскости проекций.
10. Изображение прямой линии в методе Монжа. Прямые частного положения.
11. Следы прямой и плоскости в методе Монжа.
12. Позиционные задачи: принадлежность точки плоскости, пересечение прямой и плоскости.
13. Метрические задачи: определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника.
14. Пополнение евклидовой прямой и плоскости несобственными элементами. Модель связки.
15. Проективная плоскость: определение, аксиомы инцидентности.
16. Однородные координаты точки. Связь с декартовыми координатами.
17. Уравнение прямой на проективной плоскости в однородных координатах.
18. Несобственная прямая и координаты несобственных точек.
19. Принцип двойственности на проективной плоскости.
20. Полный четырехвершинник: определение, диагональные точки.
21. Сложное (двойное) отношение четырех точек прямой: определение, формула через координаты.
22. Свойства сложного отношения (зависимость от порядка точек).
23. Сложное отношение четырех прямых пучка.
24. Гармонизм полного четырехвершинника.
25. Теорема Дезарга (прямая и обратная).
26. Проективные преобразования прямой и плоскости. Линейные преобразования координат.
27. Основная теорема проективной геометрии (о задании проективного соответствия).
28. Линии второго порядка на проективной плоскости. Понятие полярного сопряжения.
29. Поляра точки и полюс прямой относительно линии второго порядка.
30. Проективная классификация кривых второго порядка.

**4 семестр:**

**Вопросы к экзамену**

1. Вектор-функция скалярного аргумента: предел, непрерывность.
2. Дифференцируемость вектор-функции. Формула Тейлора для вектор-функции.
3. Понятие годографа вектор-функции. Касательная к годографу.
4. Пространственная кривая. Параметрическое задание. Регулярные точки кривой.
5. Длина дуги кривой. Натуральный параметр.
6. Касательная прямая к кривой: определение, канонические уравнения.
7. Нормальная плоскость к кривой: уравнение.
8. Соприкасающаяся плоскость кривой: определение, уравнение.
9. Главная нормаль и бинормаль кривой.
10. Сопровождающий трехгранник. Ориентация репера.
11. Кривизна кривой: определение, геометрический смысл, формула вычисления.
12. Кручение кривой: определение, механический смысл, формула вычисления.
13. Формулы Серре-Френе: вывод и компонентный вид.
14. Натуральные уравнения кривой. Основная теорема теории кривых (формулировка).
15. Плоские кривые. Условие того, что пространственная кривая является плоской.
16. Понятие элементарной поверхности. Векторное уравнение поверхности.

17. Криволинейные координаты на поверхности. Координатные линии.
18. Касательная плоскость к поверхности: определение и уравнение.
19. Нормаль к поверхности: определение и уравнение.
20. Первая квадратичная форма поверхности: определение коэффициентов.
21. Вычисление длины дуги кривой на поверхности с помощью первой квадратичной формы.
22. Внутренняя геометрия поверхности. Понятие об изометричных поверхностях.
23. Площадь криволинейной области на поверхности.
24. Вторая квадратичная форма поверхности: определение коэффициентов.
25. Нормальная кривизна кривой на поверхности.
26. Теорема Менье (связь кривизны наклонного сечения, нормального сечения и угла между ними).
27. Главные направления и главные кривизны поверхности.
28. Гауссова (полная) кривизна поверхности. Формула через главные кривизны.
29. Средняя кривизна поверхности. Минимальные поверхности.
30. Классификация точек поверхности по знаку Гауссовой кривизны.